MUTLAK DEĞER

Bir sayının sayı doğrusunda sıfıra olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir ve $|x|$ ile ifade edilir.

$$|x| = \begin{cases} x & , x>0 \\ 0 & , x=0 \\ -x & , x<0 \end{cases}$$

$x>0$ için $|x| = x$

$x<0$ için $|x| = -x$

$x<0$ için $|-x| = -x$

$x>0$ için $|-x| = x$

:) Köklü ifadelerde derece çift iken sayılar dışarıya mutlak değerli çıkar, tek iken mutlak değere gerek yok.

$\sqrt{a^2} = |a|$

$\sqrt{a^2b^2} = |ab|$

$\sqrt[3]{a^3} = a$

$\sqrt{a^2-2ab+b^2} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$

1) $a<0<b$ olmak üzere

$|a| - |b| - \sqrt{a^2-2ab+b^2} - \sqrt{b^2}$ işleminin sonucu nedir?

$\underbrace{|a|}_{-} - \underbrace{|b|}_{+} - \underbrace{|a-b|}_{-} - \underbrace{|b|}_{+}$

$-a-(b)-(-a+b)-(b)$

$= -\not{a} - b + \not{a} - b - b$

$= -3b$

2) $x<-3$ olmak üzere

$|x+2| - |-x| + 5$ ifadesinin eşiti nedir?

$\underbrace{|x+2|}_{-} - \underbrace{|-x|}_{+} + 5$

$-x-2-(-x)+5 = -\not{x}-2+\not{x}+5 = 3$

3) $x<0<y$ olmak üzere

$|x| + |x-3y| + |y-x| + |y|$ ifadesinin eşiti nedir?

$\underbrace{|x|}_{-} + \underbrace{|x-3y|}_{-} + \underbrace{|y-x|}_{+} + \underbrace{|y|}_{+}$

$-x-x+3y+y-x+y$

$= -3x+5y$

4) $|x|>x$ olmak üzere

$\big|x-|x+|3x||\big|$ ifadesinin eşiti nedir?

$|x|>x \Rightarrow x<0$

$\big|x-|x+\underbrace{|3x|}_{-}|\big| = \big|x-|x-3x|\big|$

$= \big|x-\underbrace{|-2x|}_{+}\big| = |x-(-2x)|$

$= \underbrace{|3x|}_{-} = -3x$

5) $x<1$ olmak üzere

$\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4x+4} = 7$ eşitliğini sağlayan x değeri nedir?

$\underbrace{|x-1|}_{-} + \underbrace{|x-2|}_{-} = 7$

$-x+1-x+2 = 7$

$-2x+3 = 7$

$-2x = 4$

$\Rightarrow x = -2$

• mutlak değerin özellikleri :

$a \in \mathbb{R}^+$ için $|x| = a \Rightarrow x = a$ ya da $x = -a$ dır.

6) $|x-4| = 2012!$ denkleminin kökleri toplamı nedir?

$x-4 = 2012! \Rightarrow x = 2012! + 4$

$x-4 = -2012! \Rightarrow x = -2012! + 4$

$2012! + 4 - 2012! + 4 = 8$

7) $|2x-3| = 15$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

$2x-3 = 15$ ya da $2x-3 = -15$

$2x = 18$ $2x = -12$

$x = 9$ $x = -6$

$\{-6, 9\}$

8) $||x-4| - 3| = 10$ denklemini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$|x-4| - 3 = 10$ veya $|x-4| - 3 = -10$

$|x-4| = 13$ $|x-4| = -7$

Ç.K : $\emptyset$

$x-4 = 13$ $x-4 = -13$

$x = 17$ $x = -9$ $(17) + (-9) = 8$

9) $||x-3| - 7| = 3$ eşitliğinin çözüm kümesi nedir?

$|x-3| - 7 = 3$ ya da $|x-3| - 7 = -3$

$|x-3| = 10$ $|x-3| = 4$

$x-3 = 4 \Rightarrow x = 7$

$x-3 = 10 \Rightarrow x = 13$ $x-3 = -4 \Rightarrow x = -1$

$x-3 = -10 \Rightarrow x = -7$

$\{13, -7, 7, -1\}$

Eğer değişkenlerin işaretleri belli değilse $|x| = |-x|$ tir.

Yani $|x-1| = |1-x|$

$|3-2x| = |2x-3|$

$|a| = |-a|$

10) $|1-x| + |x-1| = 10$ denkleminde x in alacağı tam sayı değerleri toplamı nedir?

$|1-x| = |x-1|$ olduğundan

$2|x-1| = 10$

$|x-1| = 5$

$x-1 = 5 \Rightarrow x = 6$

$x-1 = -5 \Rightarrow x = -4$

$6 + (-4) = 2$

11) $|2x-1| + |3-6x| = 12$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

$|2x-1| + 3|2x-1| = 12$

$4|2x-1| = 12$

$|2x-1| = 3$

$2x-1 = 3 \Rightarrow x = 2$

$2x-1 = -3 \Rightarrow x = -1$

12) $|x-2|^2 + |2-x| - 2 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz?

$|x-2| = t$

$t^2 + t - 2 = 0$

$t \quad +2$

$t \quad -1$

$t = -2$ ya da $t = 1$

$|x-2| = -2$ $|x-2| = 1$

Ç.K : $\emptyset$ $x-2 = 1 \Rightarrow x = 3$

$x-2 = -1 \Rightarrow x = 1$

$\{3, 1\}$

$|a|=|b|$ ise $a=b$ ya da $a=-b$ dir.

13) $|x^2+x-20| = |x-4|$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

$x^2+x-20 = x-4$ ya da $x^2+x-20 = -x+4$

$x^2-16 = 0$ $\qquad$ $x^2+2x-24=0$

$x=4$ $\qquad$ $x \quad +6$

$x=-4$ $\qquad$ $x \quad -4$

$x=-6$

$x=4$

$\{4, -4, -6\}$

14) $|a^2-2a-8| = |a+2|$ denkleminin farklı köklerinin toplamı nedir?

$a^2-2a-8 = a+2$ ya da $a^2-2a-8 = -a-2$

$a^2-3a-10=0$ $\qquad$ $a^2-a-6=0$

$a \quad -5$ $\qquad$ $a \quad -3$

$a \quad +2$ $\qquad$ $a \quad +2$

$a=5$ ya da $a=-2$ $\qquad$ $a=3$ ya da $a=-2$

$5+(-2)+(3)=6$

Mutlak değerin içini sıfır yapan nokta **KRİTİK NOKTA** dır.

$|ax+b|+|cx+d|$ ifadesinin alacağı en küçük değer vardır. Bu değer kritik noktalara karşılık gelir. Kritik noktalar tek tek yerine yazılır ve en küçüğü alınır.

15) x bir reel sayı olmak üzere

$|x-13|+|x-20|$ ifadesinin alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$x=13$ için $|13-13|+|13-20| = |0|+|-7| = 7$

$x=20$ için $|20-13|+|20-20| = |7|+|0| = 7$

En küçük değeri 7 dir.

$y=|ax+b|-|cx+d|$ ifadesinin alacağı en büyük değerde vardır, en küçük değerde vardır. Bu değerler yine kritik noktalara karşılık gelir.

16) x bir reel sayı olmak üzere

$A=|x-2009|-|x-2000|$ olduğuna göre A nın en büyük ve en küçük tam sayı değerleri nedir?

$x=2009$ için $A=-9$ (en küçük)

$x=2000$ için $A=9$ (en büyük)

17) $|x-30|-|x+40|$ ifadesinin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

$x=30$ için -70

$x=-40$ için 70

$[-70, 70]$ aralığında değer alır.



141 tane tam sayı vardır.

Mutlak değerli ifadelerin toplamları sıfır ise her biri ayrı ayrı sıfırdır.

$|a|+|b|=0 \Rightarrow a=0, \ b=0$

$|a|+|b|+|c|=0 \Rightarrow a=0, \ b=0, \ c=0$

18) $|2a-8|+|3a+2b-10|=0$ ise a.b nedir?

$2a-8=0 \Rightarrow a=4$

$3a+2b-10=0$

↓

4

$12+2b-10=0 \Rightarrow 2b=-2$

$b=-1$

$a.b=-4$

19) $|3x-2y-10| + |2x+y-9| = 0$ olduğuna göre $x+y$ nedir?

$3x-2y-10=0 \Rightarrow 3x-2y=10$

$2/\ 2x+y=9$

$3x-2y=10$
$4x+2y=18$
$+$
$7x=28 \Rightarrow x=4$
$y=1$

$x+y=5$

• **Mutlak değerli eşitsizlikler:**

$|f(x)| < a \Rightarrow -a < f(x) < a$

$|f(x)| \leq a \Rightarrow -a \leq f(x) \leq a$

$|f(x)| > a \Rightarrow f(x) > a$ ya da $f(x) < -a$

$|f(x)| \geq a \Rightarrow f(x) \geq a$ ya da $f(x) \leq -a$

$a < |f(x)| < b \Rightarrow a < f(x) < b$
$a < -f(x) < b$.

19) $|x-4| \leq 5$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$-5 \leq x-4 \leq 5$
$-1 \leq x \leq 9$
$\hookrightarrow -1+0+1+2+ \cdots +9 = 44$

20) $|2x-1| < 7$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri kaç tanedir?

$-7 < 2x-1 < 7$
$-6 < 2x < 8$
$-3 < x < 4$
$\longrightarrow \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
6 tanedir.

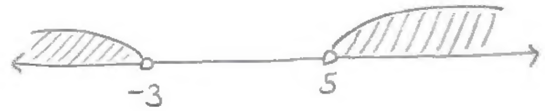
21) $|x+3| \geq 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x+3 \geq 4$ ya da $x+3 \leq -4$
$x \geq 1$ $\qquad x \leq -7$

$(-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$

22) $|x-1| > 4$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$x-1 > 4$ ya da $x-1 < -4$
$x > 5$ $\qquad x < -3$



$x < -3 \Rightarrow -4, -5, \cancel{-6}, \cancel{-7}, \cancel{-8}, \ldots$

$x > 5 \Rightarrow \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}, \ldots$

toplamları: -9

23) $3 \leq |3x-1| \leq 7$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri kaç tanedir?

$3 \leq 3x-1 \leq 7$ ya da $3 \leq -3x+1 \leq 7$

$4 \leq 3x \leq 8$ $\qquad 2 \leq -3x \leq 6$

$\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$ $\qquad -2 \leq x \leq -\frac{2}{3}$

$\downarrow$ ② $\qquad \downarrow$ ⊖2 ⊖1

$\{2, -2, -1\}$
3 tanedir.

24) $5 < |x-1| - 2 \leqslant 6$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri çarpımı nedir?

$7 < |x-1| \leqslant 8$

$7 < x-1 \leqslant 8$ ya da $7 < -x+1 \leqslant 8$

$8 < x \leqslant 9$ → (9)

$6 < -x \leqslant 7$

$-7 \leqslant x < -6$ → (-7)

$9.(-7) = -63$

25) $\dfrac{5}{|x-3|} > 1$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

$|x-3| < 5$

$-5 < x-3 < 5 \Rightarrow -2 < x < 8$

↳ {-1, 0, 1, 2, ~~3~~, 4, 5, 6, 7}

8 tanedir.

26) $|x-3| + |x+4| = 8$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

	-4		3	
|x-3|	−	−	0	+
|x+4|	−	0	+	+

$-x+3-x-4=8$	$-x+3+x+4=8$	$x-3+x+4=8$
$-2x-1=8$	$7 \neq 8$	$2x+1=8$
$-2x=9$	Ç.K: ∅	$2x=7$
$x=-\frac{9}{2}$		$x=7/2$

$\left\{-\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right\}$

27) $|x-4| + |x+7| = 11$ denklemini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

	-7		4	
|x-4|	−	−	0	+
|x+7|	−	0	+	+

$-x+4-x-7=11$	$-x+4+x+7=11$	$x=4$
$-2x-3=11$	$11=11$	
$-2x=14$	Ç.K: R	
$x=-7$	buradaki bütün tam sayılar	
	{-6, ... , 3}	

$[-7, 4]$

$-7, -6, -5, -4, -3, \dots, 3, 4$

$= -18$

28) $|x-1| + |x+5| = 8$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

	-5		1	
|x-1|	−	−	0	+
|x+5|	−	0	+	+

$-x+1-x-5=8$	$-x+1+x+5=8$	$x-1+x+5=8$
$-2x-4=8$	$6 \neq 8$	$2x+4=8$
$-2x=12$	Ç.K: ∅	$2x=4$
$x=-6$		$x=2$

$\{-6, 2\}$